网络效应

姜少峰

北京大学前沿计算研究中心
Center on Frontiers of Computing Studies, Peking University

市场中的“随大流”

- 除信息级联外，另一种模仿他人的原因

- 直接受益效应/网络效应（direct-benefit effects/network effects）
- 对于某些决定，如果能与他人决策保持一致可以带来直接收益
  - 例如，社交网络的价值体现在多少用户在使用
  - 计算机/手机操作系统也因为用户多而发展更好的生态

“积极”外部效应

- 外部效应：个人的利益受到别人行为的影响，且不存在相互补偿机制
  - 仍考虑社交网站：从该网站的收益受用户数影响，新用户加入会增加老用户的收益，却不存在对新用户的报酬
- 积极外部效应：此类增加他人福利的外部效应
- 消极外部效应：交通堵塞、公用通信网络；同样没有补偿/惩罚机制

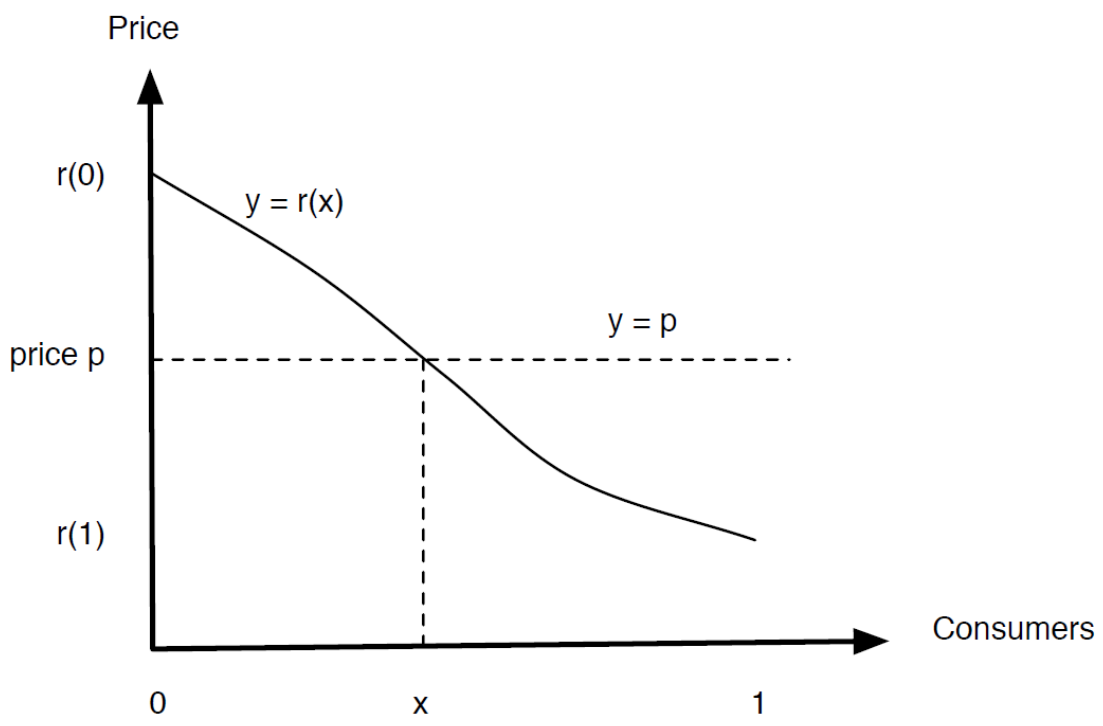
- 外部效应的重点：无补偿机制
  - 买了一罐可乐喝，世界上少了一罐可乐，“损害”了别人利益；但是买可乐的行为补偿了自己产生的“损害”，因此不是“外部效应”

无网络效应的经济

- 消费者不在乎有多少其他用户使用相应商品
- 忽略个人影响：考虑“大”市场，个人行为对市场总体影响忽略不计
  - 例如，自己买了一个面包，不必担心这会影响面包市场的价格
- 将每个消费者看作[0, 1]区间上的一个实数，群体总量是1
  - 在0到x之间的消费者所占比例也是x
  - 可以看作是大量但有穷消费群体的连续近似表示
- 设每个消费者想要购买一个单位的商品，且购买与否只取决于价格

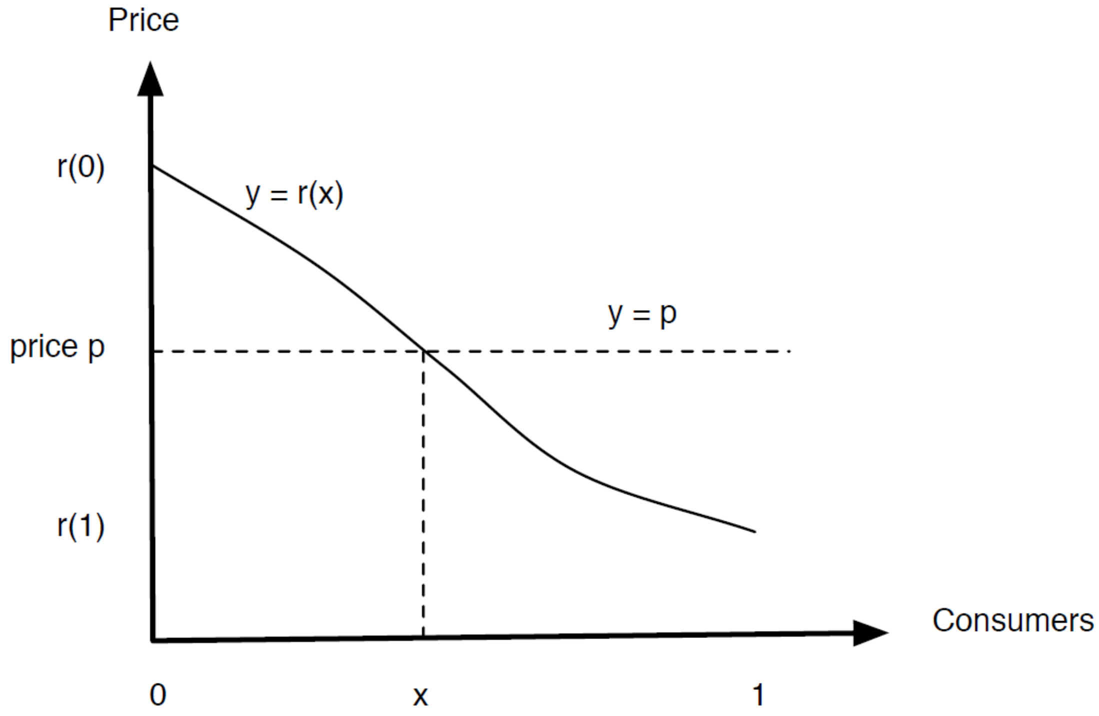
保留价格（reservation price）

- 保留价格：单一消费者愿意为相应商品支付的最高单价
- 对消费者x，用r(x)表示该保留价格，假设保留价格各不相同
- 将消费者按照保留价格的降序排列；设r是一个连续（严格递减）函数



市场需求

- 考虑一个价格是p的商品（假设个体的行为不会影响市场定价）
- 保留价格不低于p的消费者购买该商品，低于p的不会购买
  - $p > r(0)$则无人购买；$p \leq r(1)$则所有人都购买；因此考虑$p \in (r(1), r(0))$
- 设r(x) = p （该x必然存在）
  - 表示x比例购买该商品
- 该x称作p的**市场需求**

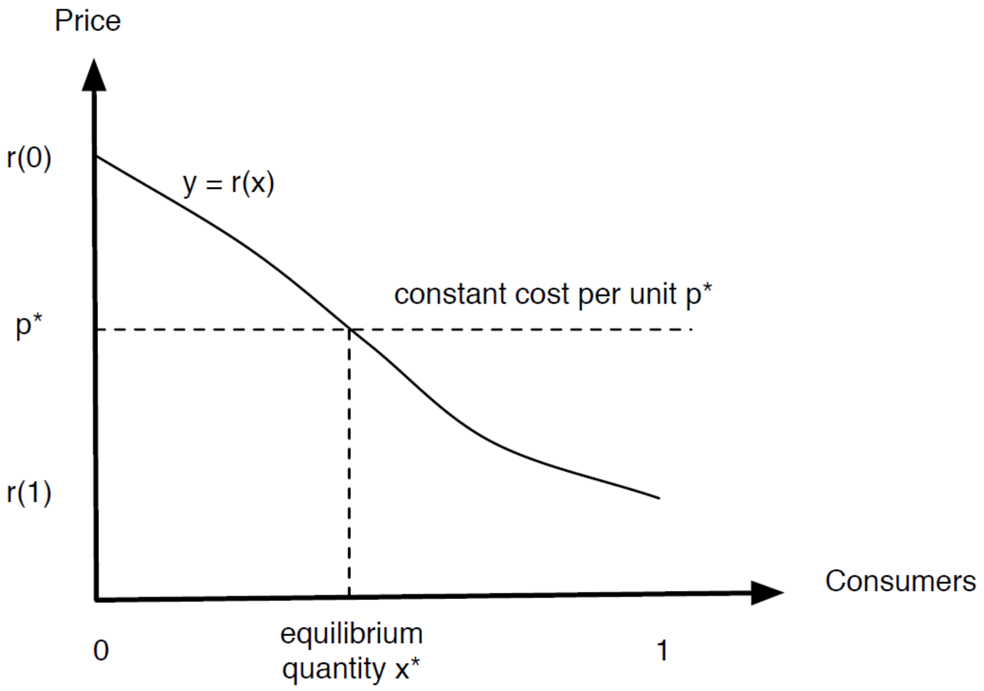


商品的平衡数量

- 设供应商会以p^*单价提供任何数量的商品（$p^* \in (r(1), r(0))$）
  - 有足够市场不会降价；有足够竞争不会涨价
- 设$r(x^*) = p^*$，称x^*是p^*在保留价函数r下的平衡数量

性质：

- x^*代表了消费平衡
  - 少于x^*比例的人购买，存在“上行动力”
  - 多于x^*比例的人购买，存在“下行动力”
- x^*还是社会最优点
  - 社会成本 = 所购商品保留价格和 – 相应成本
  - x'的贡献：$r(x') - p^*$
  - 在$x' < x$的总贡献 = 面积差；$x = x^*$最优



具有网络效应的经济：模型

- 存在网络效应时：除本身收益外，其他购买者越多，越想买
  - 分析“越多越想买”因素的作用，需建模使用该商品人数对保留价格的影响
- 设已有比例z的人使用该商品，则x的**实际保留价格**是$r(x)f(z)$
  - $r(x)$依然是独立的保留价格，$f(z)$是从比例z的使用者中获得的收益
  - 设$f(z)$是（连续）增函数：人数越多收益越高

- 乘积的意义：保留价格高的人通过用户z增长获得得收益更高
- 考虑“冷启动”的设定：$f(0) = 0$，并假定 $r(1) = 0$

预期与预期的实现

- 设购买行动之前，所有消费者有一个共同的预期有z比例的人会买
- 考虑预期实现/预期准确的情况：大家按照这个预期来买，最终买的人的比例恰好也达到了z
- 自实现期望均衡（self-fulfilling expectations equilibrium）
  - 大家都期望有z的比例的人购买，那么最后该期望就会实现
- 这是一种关于z的“均衡”性质，我们需要寻找这种z

自实现期望均衡下的z值

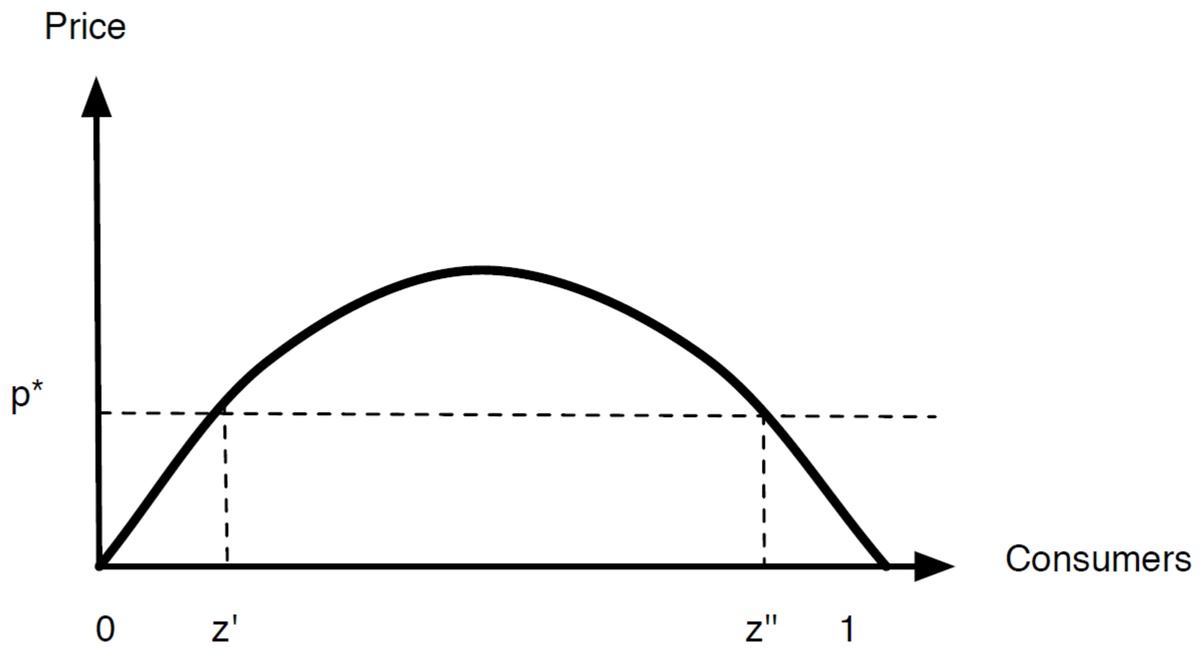
- 设p^*为商品的价格，据定义，满足$r(x)f(z) \geq p^*$的x会买
- 考虑$p^* > 0$

- z = 0是均衡的：对任意x，$r(x)f(0) = 0 < p^*$因此无人购买
- 0 < z < 1时：如果有z比例的人买了，那么必然是[0, z]的人，因此满足

$$p^* = r(z)f(z)$$

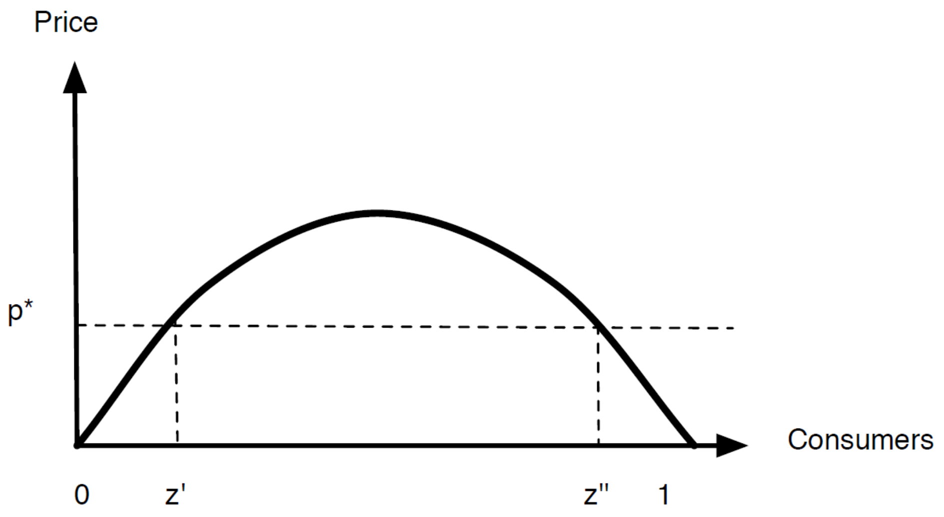
具体例子的分析

- 设r(x) = 1 – x，f(z) = z，那么$r(z)f(z) = z(1-z)$
- 若$p^* > \frac{1}{4}$则z = 0，无人买
- 对每个$p^* \in [0, \frac{1}{4}]$，存在两个平衡点z', z''
  - 同样的价格，人们“相信”这个商品卖得好(z'')，就可以实现更好的销量



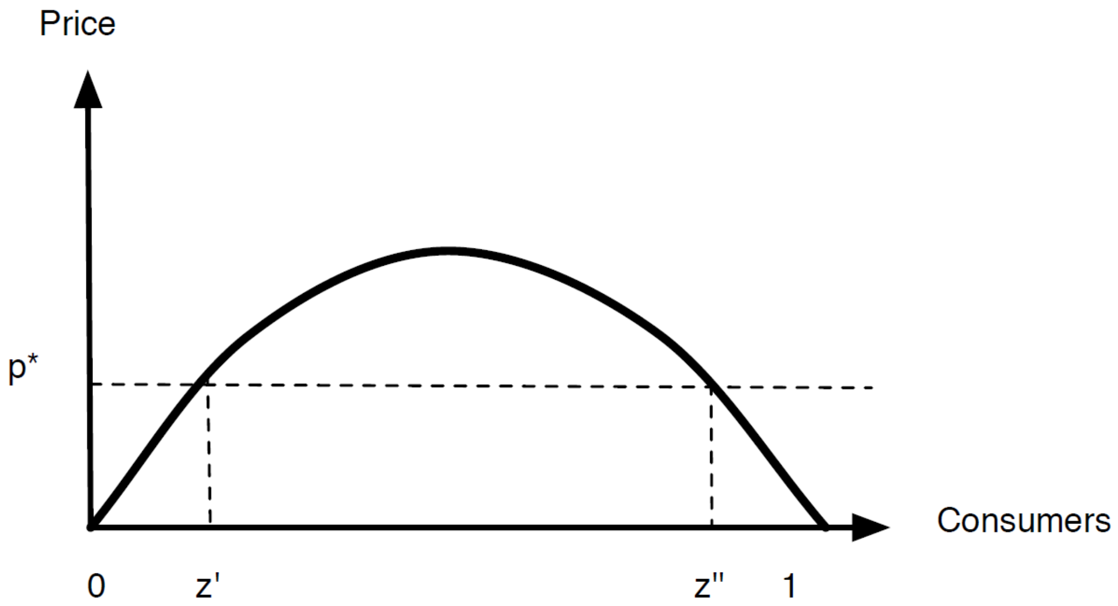
非均衡点z的行为：定性分析

- 设大家相信有z比例人买但z $\neq 0, z', z''$等均衡点
- 为何z无法达到自实现期望均衡？这个z值下消费者实际行为是什么？
  - 若$z \in (0, z')$，则$r(z)f(z) < p^*$，标号等于z的消费者保留价格小于p^*，不买入，产生“下行压力”，最终少于z比例人购买
  - 若$z \in (z', z'')$，则$r(z)f(z) > p^*$，略大于z的消费也会买，产生“上行压力”，多余z比例人购买
  - 若$z > z''$，则$r(z)f(z) < p^*$，下行



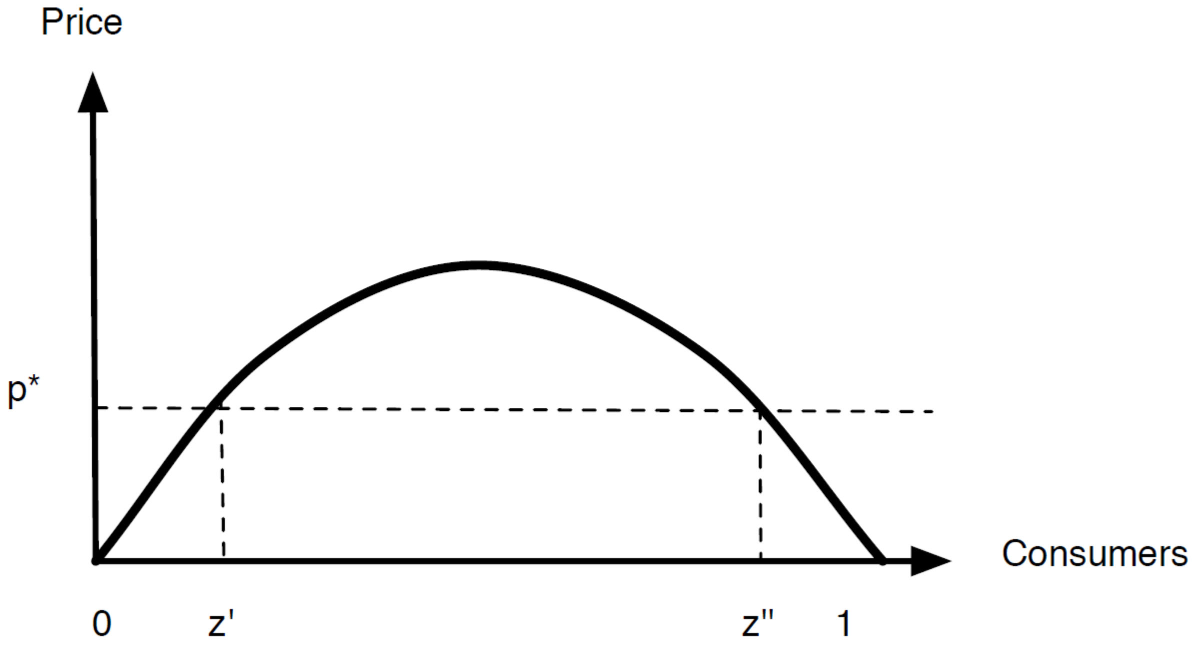
稳定性，不稳定性，临界点

- z''具备稳定性：
  - 稍微增大z，那么会下行；稍微减小z，会上行
- z'具备不稳定性
  - 略大于z'，则上行远离；略小于则下行远离
- z'不仅是非稳定平衡，也同时是“临界点”
  - 如果能突破z'，那么会收敛到z''
  - 如果不能突破z'，那么会消失到0
  - 因此z'是销售商需要突破的关键点



对定价p^*的影响

- 换位思考：如果是厂商要设定价格p^*
- 降低p^*一箭双雕：z'左移（更容易突破），z''右移（平衡销量高）
- 因此下面这种策略变得可行：
  - 早期设置低p^*赔本卖，当突破z'后销量上升可因用户增长、利润变高盈利



定量考虑：对z预测不准确的情况

- 依然假设购买行动前，所有人都有一个共同信念认为z比例的人会买
  - 但现在考虑z可能不准确的情况（未必会达到自实现期望均衡）
- 据定义，对每个x，$r(x)f(z) \geq p^*$时会买；故实际购买的人是$[0,\hat{z}]$，$\hat{z}$满足

$$r(\hat{z})f(z) = p^*$$

等价于

$$\hat{z} = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)$$

$\hat{z}$存在仅当$\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$

设$\hat{z} = g(z)$，则$g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)$若$\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$，否则$g(z) = 0$

具体例子的分析

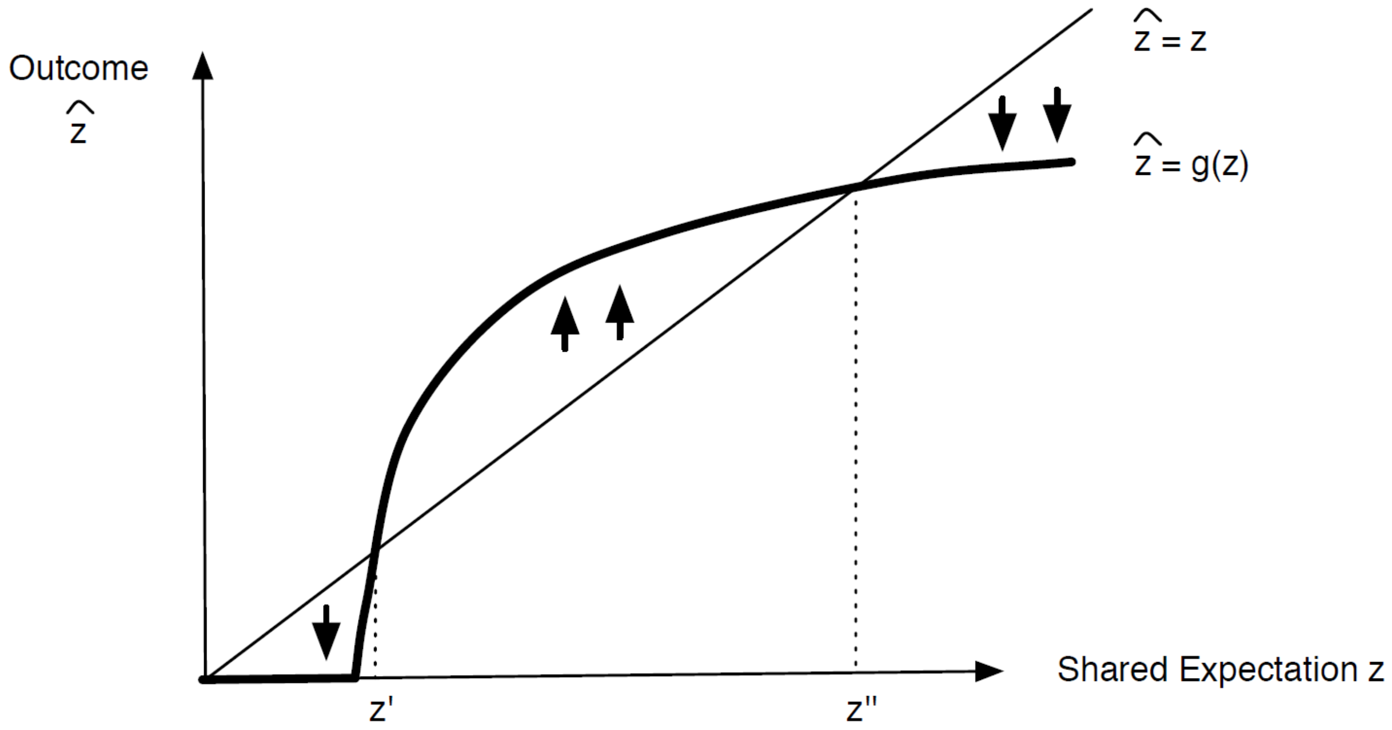
- 依然考虑$r(x) = 1 - x$，$f(z) = z$的例子

$$设g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)若\frac{p^*}{f(z)} \le r(0)，否则设g(z) = 0$$

- 那么$r^{-1}(x) = 1 - x$，并且有$\frac{p^*}{f(z)} \le r(0)$等价于$z \ge p^*$
- $g(z) = 1 - \frac{p^*}{z}$若$z \ge p^*$，否则$g(z) = 0$

稳定点，不稳定点，临界点

- 存在两个自实现期望均衡：z', z''
- 当真实z在$\hat{z} = z$线下部分，具有下行压力，否则具有上行压力
- 谁是稳定点，不稳定点，临界点?



分析群体的动态行为

考虑社交网络应用，用网络效应的观点分析用户的动态加入行为

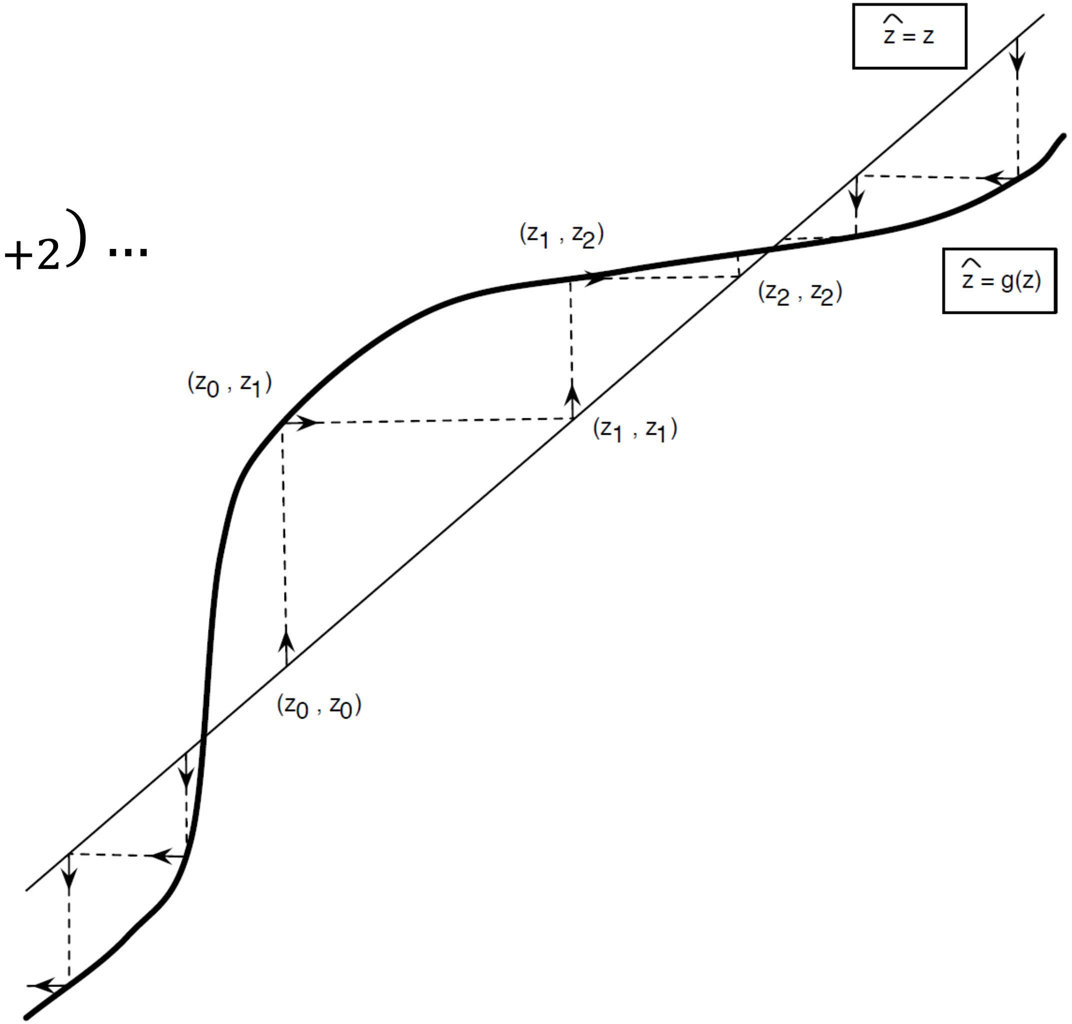
- 每个人x有一个固有的针对加入社交网站的兴趣值 $r(x)$
- “价格” p^*此时代表开始使用该网站的难度/代价（注册/上传etc）
- z依然代表已经使用网站的人数比例
- x决定开始使用的条件：$r(x)f(z) \geq p^*$

建模离散时间下用户行为的变化

- 考虑离散时间点t = 0，1，…
- 初始有z_0比例用户使用网站
- 之后每个t时刻，所有用户有共识有z_t比例的人使用网站
- 先前的g函数此时恰好可以描述$z_{t+1} = g(z_t)$

g会迭代收敛到自实现期望均衡

- 斜线是$\hat{z} = z$
- 描述迭代过程
  - $(z_t, z_{t+1}) \rightarrow (z_{t+1}, z_{t+1}) \rightarrow (z_{t+1}, z_{t+2}) \dots$
  - 横向->纵向->横向…
- 一般地：
  - 斜线上面的部分会向右上走
  - 斜线下面的部分会向左下走
- 稳定点/非稳定点/临界点?



个体效应与群体效应的混合作用

- 之前我们假定$f(0) = 0$；现在假定$f(0) > 0$且f依然是递增函数
  - 个体效应强调：个体对于商品的估价对于整体保留价格的影响：$f(0) > 0$
  - 群体效应对应：当购买/使用商品的人多起来，那么f也增大
- 考虑具体的例子
  - $f(z) = 1 + az^2$，$r(x) = 1 - x$，这里a是某个非零常数
  - 那么$r(x)f(z) = (1 - x)(1 + az^2)$
- 设价格$p^* \in (0, 1)$，当期望z比例人会买时，实际购买比例为$\hat{z} = g(z)$

设$g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)$若$\frac{p^*}{f(z)} \le r(0)$，否则设$g(z) = 0$

具体例子的分析

- $f(z) = 1 + az^2$，$r(x) = 1 - x$

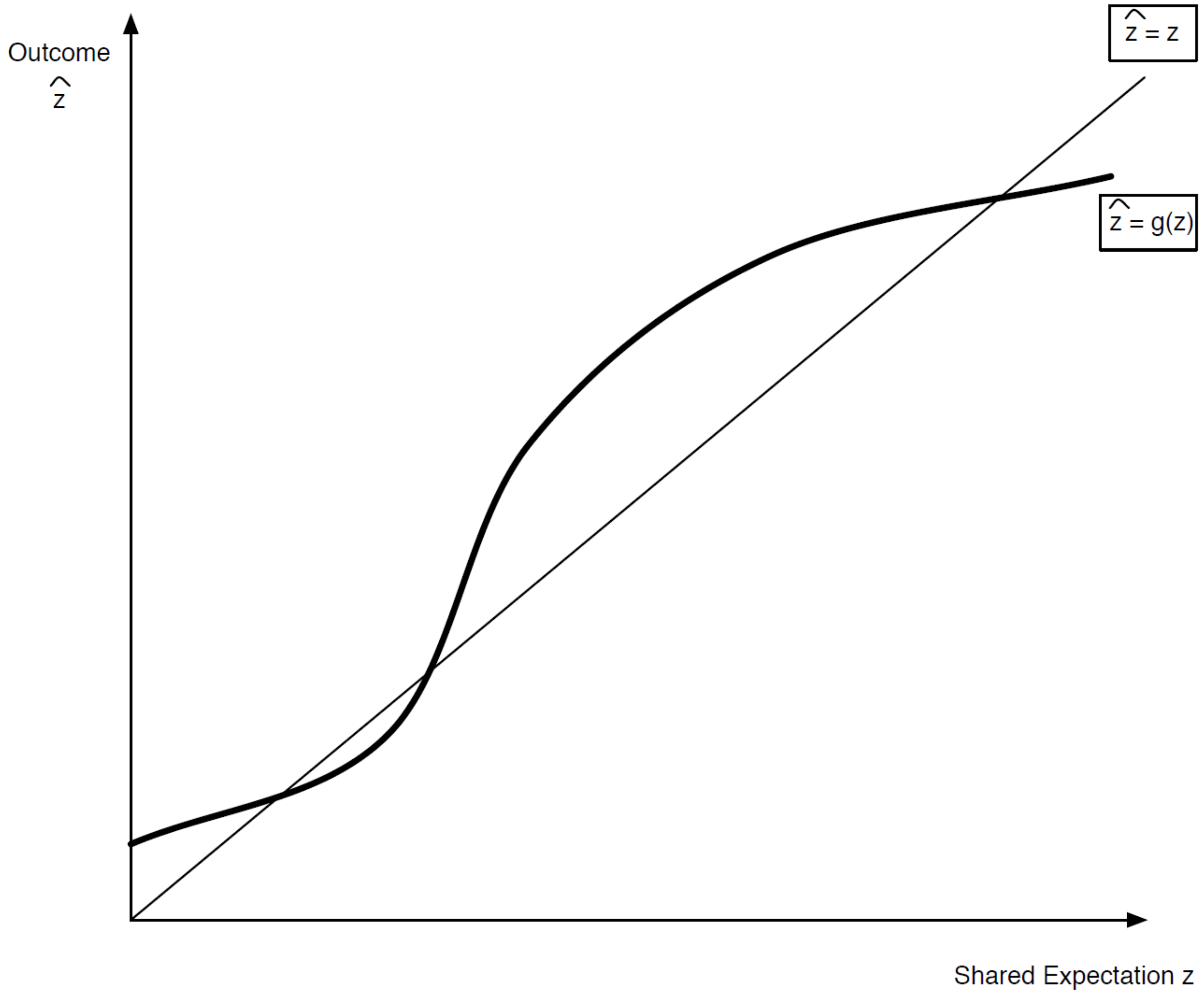
设$g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)$若$\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$，否则设$g(z) = 0$

- $r^{-1}(x) = 1 - x$，条件$\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$恒成立，因此

$$g(z) = 1 - \frac{p^*}{1 + az^2}$$

f(0) > 0导致的平衡点变化

- $g(z) = 1 - \frac{p^*}{1+az^2}$
- $g(z)$不经过原点
- 因此z = 0不是平衡点

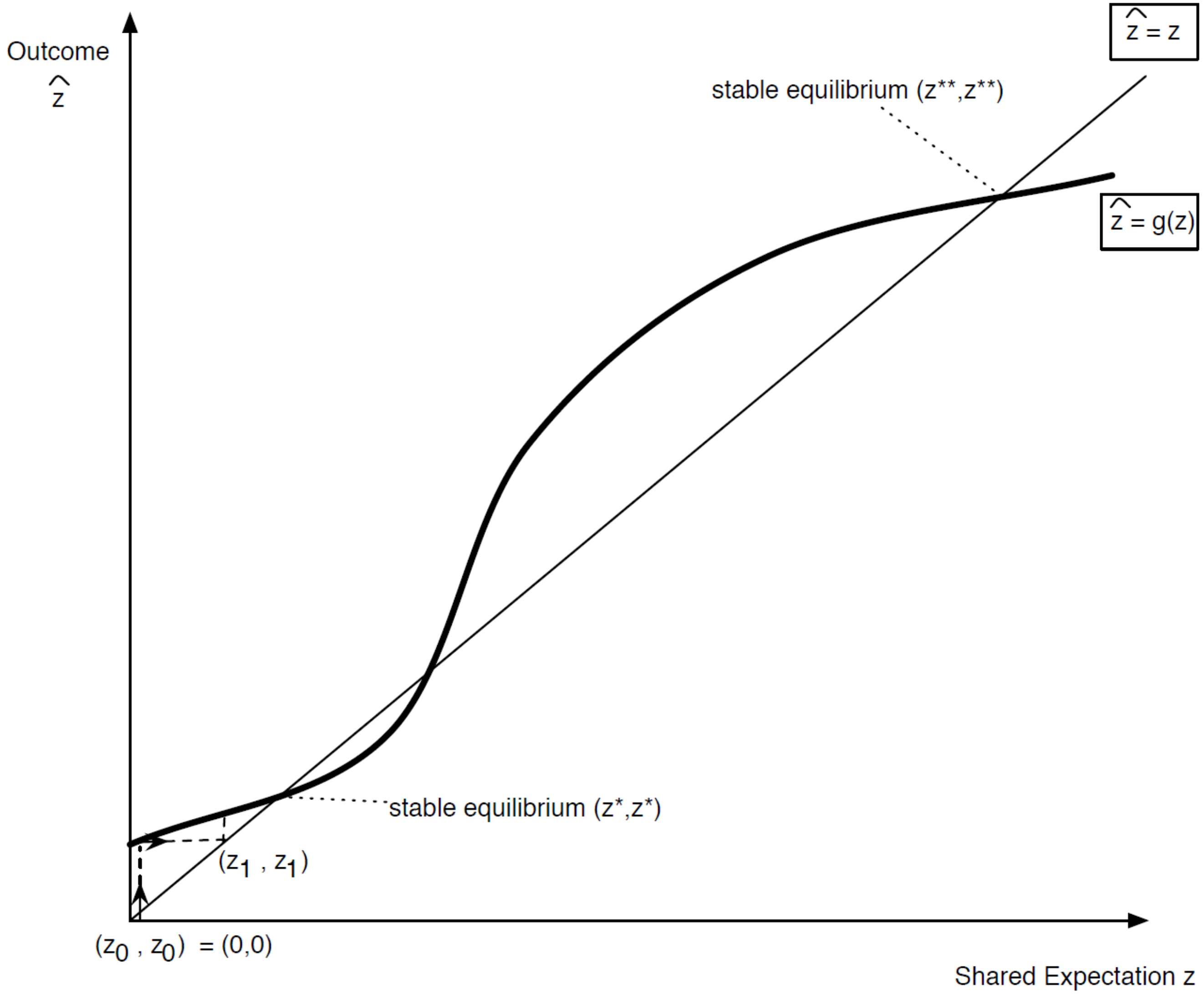


平衡点的稳定性

从0开始时会收敛到z^*
z^*是一个稳定点
不再需要借助初始外力

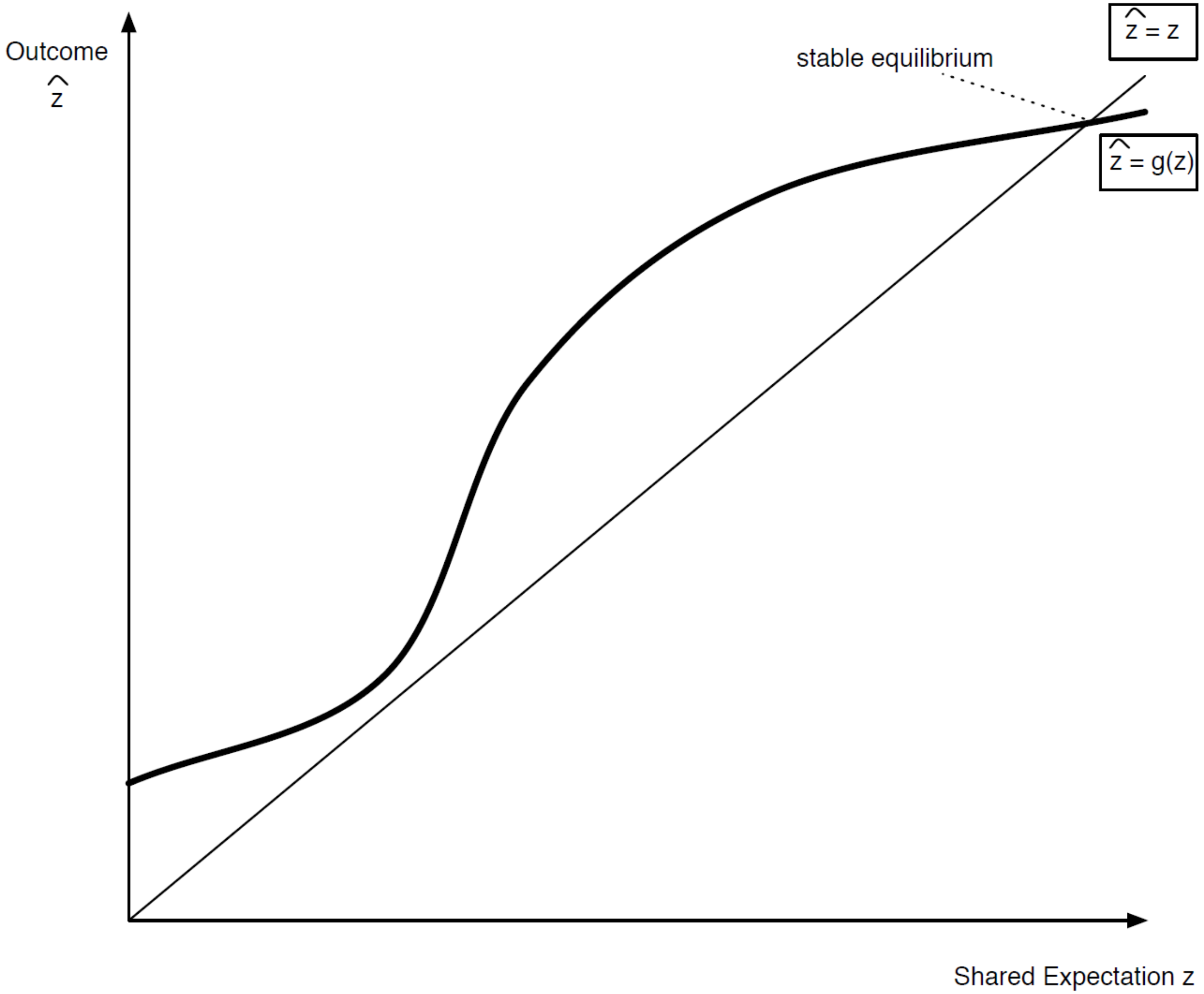
有一个更高的均衡点
但是需要先跨过z^*

除非有从z^*逃逸的能力
否则难以达到



价格微扰

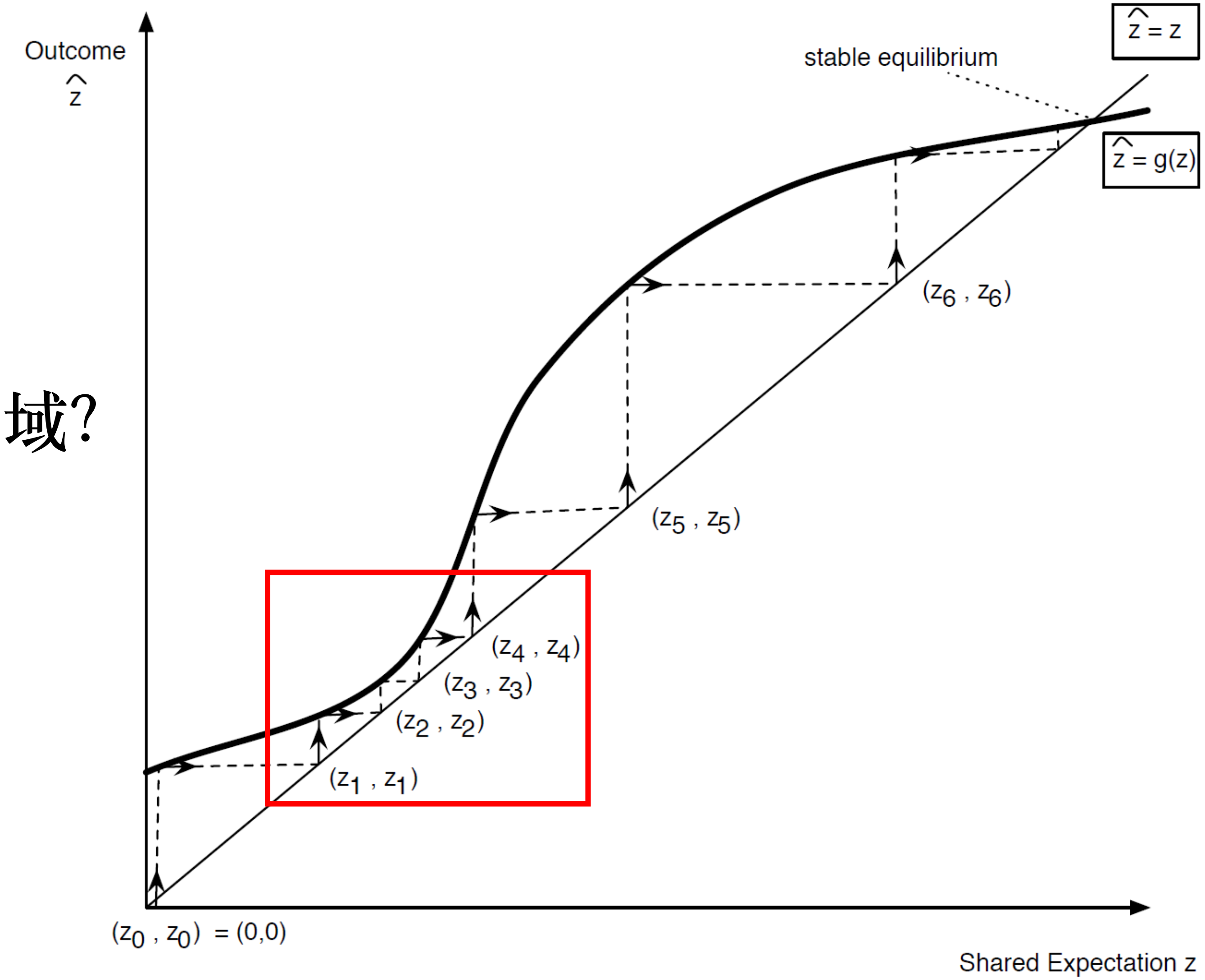
- 如果把价格p^*降为$q^* < p^*$
- $h(z) = 1 - \frac{q^*}{1+az^2}$
- 此时低平衡点不复存在



用户量从0急剧收敛到高平衡点

微小的价格扰动导致结果剧变

如何理解此处细小的“走廊”区域?



消极外部效应？

- El Farol酒吧问题 （Arthur 1990）
  - El Farol在美国新墨西哥州圣菲
  - 每周四晚上有音乐表演
  - 只有60个座位：不超过60人那么大家体验都很好
  - 超过60人就会拥堵，体验变差，大家情愿待在家里
  - 此时有100人想去酒吧，并且他们也知道少于60人才值得去
- 个人去酒吧的行为产生消极外部效应
  - 会产生潜在消极影响
  - 没有酬劳/补偿机制

存在均衡的共同预期吗?

- 如果所有人预期去酒吧人数不多于60，那么就应该都去，否定了预期
- 如果预期去酒吧人数多余60，那么就应该都不去，也否定了预期
- 产生了期望的“自我否定”

- 相反，考虑另一个类比/相反的积极外部效应的例子：
  - 有一个社交网络应用，用户数小于60没有意义，大于60时用户会积极使用
  - 均衡：$z = 0 < 60$，大家也确实都不会用
  - 均衡：$z = 100 > 60$，大家也确实都会去用