

# 网络效应

姜少峰



北京大学前沿计算研究中心  
Center on Frontiers of Computing Studies, Peking University

# 市场中的“随大流”

- 除信息级联外，另一种模仿他人的原因
- 直接受益效应/网络效应 (direct-benefit effects/network effects)
- 对于某些决定，如果能与他人决策保持一致可以带来直接收益
  - 例如，社交网络的价值体现在多少用户在使用；计算机/手机操作系统也因为用户多而发展更好的生态

# “积极” 外部效应

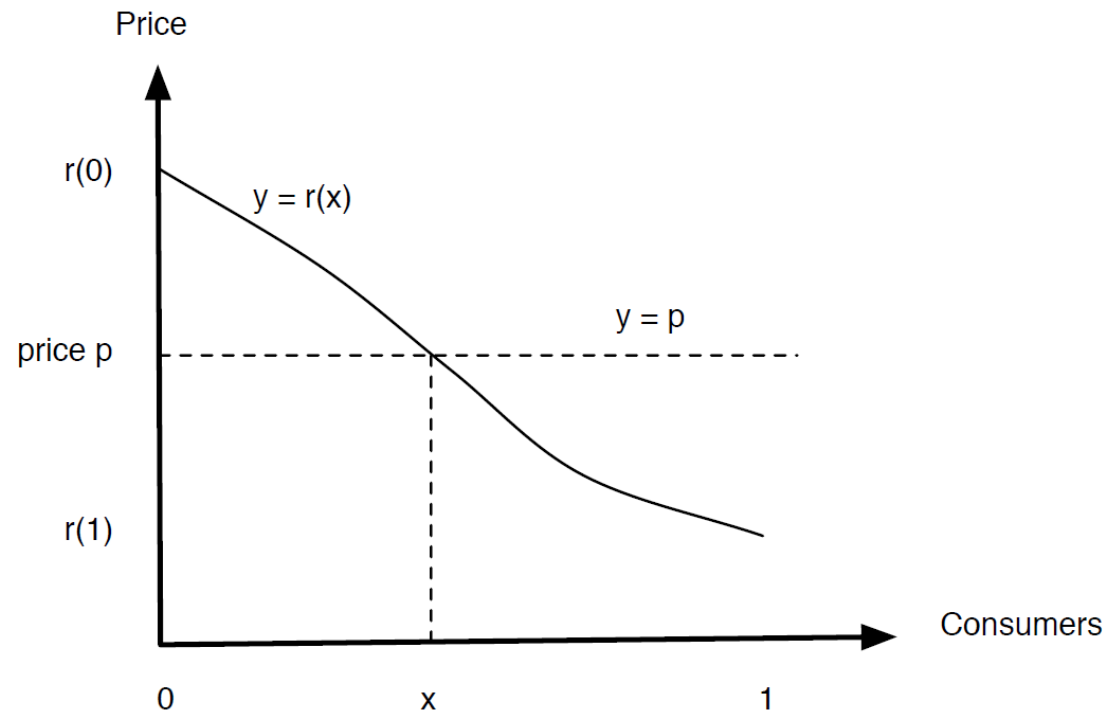
- 外部效应：个人的利益受到别人行为的影响，且不存在相互补偿机制
  - 仍考虑社交网站：从该网站的收益受用户数影响，新用户加入会增加老用户的收益，却不存在对新用户的报酬
- 积极外部效应：此类增加他人福利的外部效应
- 消极外部效应：交通堵塞、公用通信网络；同样没有补偿/惩罚机制
  
- 外部效应的重点：无补偿机制
  - 买了一罐可乐喝，世界上少了一罐可乐，“损害”了别人利益；但是买可乐的行为补偿了自己的行为，因此不是“外部效应”

# 无网络效应的经济

- 消费者不在乎有多少其他用户使用相应商品
- 忽略个人影响：考虑“大”市场，个人行为对市场总体影响忽略不计
  - 例如，自己买了一个面包，不必担心这会影响面包市场的价格
- 将每个消费者看作 $[0, 1]$ 区间上的一个实数，群体总量是 $1$ 
  - 在 $0$ 到 $x$ 之间的消费者所占比例也是 $x$
  - 可以看作是大量但有穷消费群体的连续近似表示
- 设每个消费者想要**购买一个单位**的商品，且购买与否只取决于价格

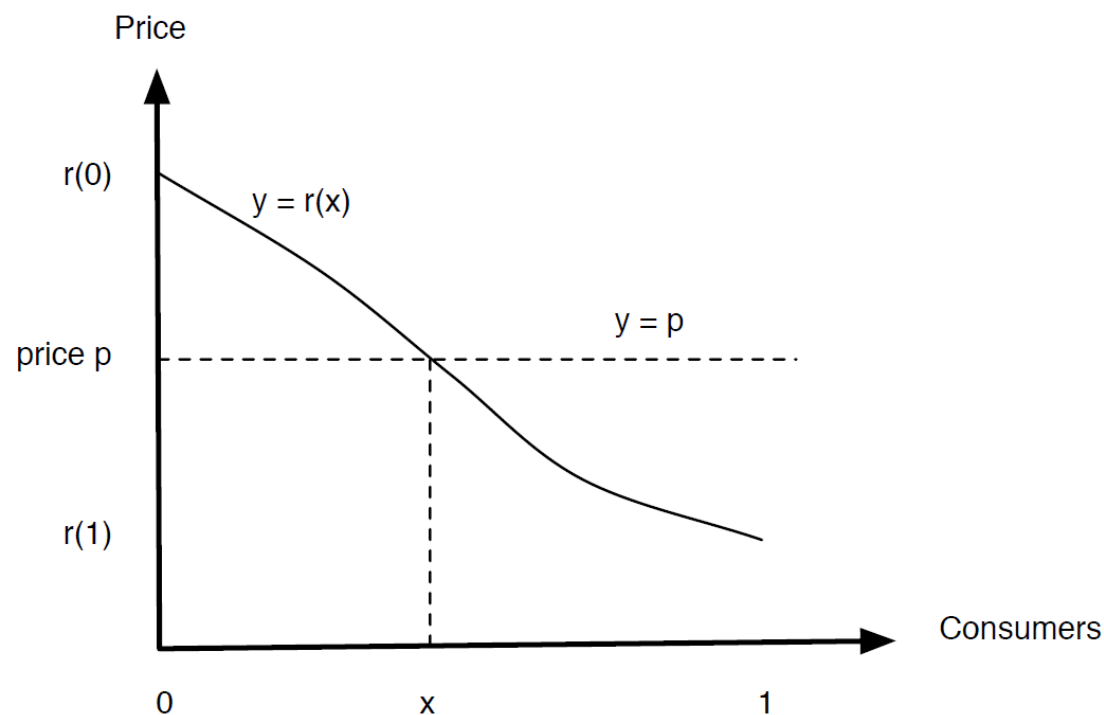
# 保留价格 (reservation price)

- 没有网络效应下，单一消费者愿意为相应商品支付的最高单价
- 对消费者 $x$ ，用 $r(x)$ 表示该保留价格，假设保留价格各不相同
- 将消费者按照保留价格的降序排列；设 $r$ 是一个连续（严格递减）函数



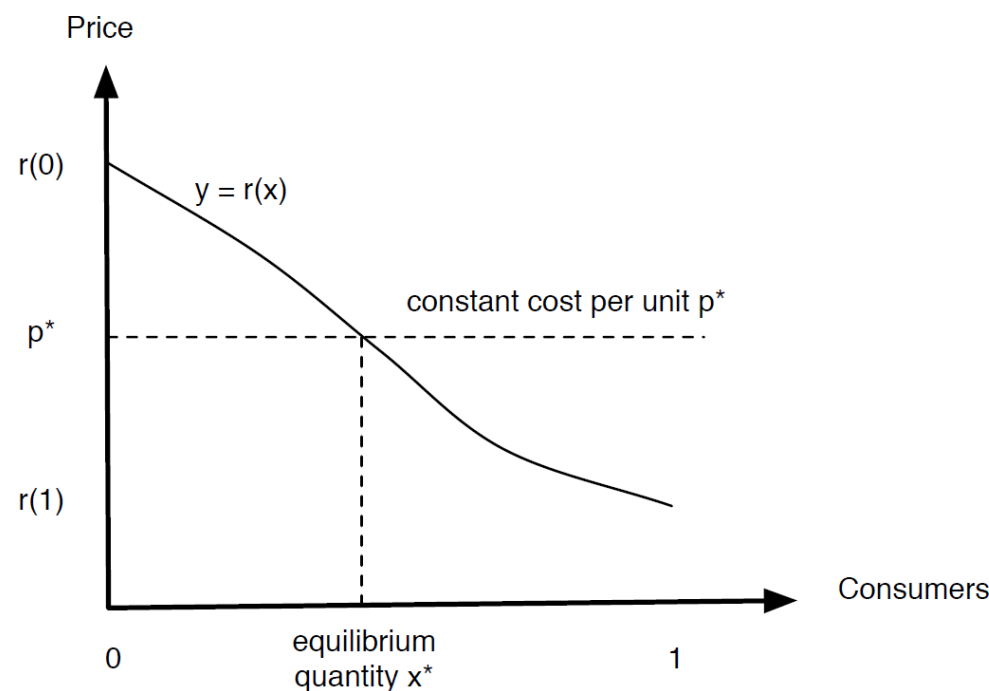
# 市场需求

- 考虑一个价格是 $p$ 的商品（假设个体的行为不会影响市场定价）
- 保留价格不低于 $p$ 的消费者购买该商品，低于 $p$ 的不会购买
  - $p > r(0)$ 则无人购买； $r \leq r(1)$ 则所有人都购买；因此考虑 $p \in (r(1), r(0))$
- 设 $r(x) = p$ （该 $x$ 必然存在）
  - 表示 $x$ 比例购买该商品
- 该 $x$ 称作 $p$ 的**市场需求**



# 商品的平衡数量

- 设供应商会以 $p^*$ 单价提供任何数量的商品 ( $p^* \in (r(1), r(0))$ )
  - 有足够市场不会降价；有足够竞争不会涨价
- 设 $r(x^*) = p^*$ ，称 $x^*$ 是 $p^*$ 在保留价函数 $r$ 下的**平衡数量**
- $x^*$ 代表了消费平衡
  - 少于 $x^*$ 比例的人购买，存在“上行动力”
  - 多于 $x^*$ 比例的人购买，存在“下行动力”
- $x^*$ 还是**社会最优点**
  - 社会成本 = 所购商品保留价格和 - 相应成
  - $x'$ 的贡献:  $r(x') - p^*$
  - 在 $x' < x$ 的总贡献 = 面积差;  $x = x^*$ 最优



# 具有网络效应的经济：模型

- 存在网络效应时：除本身收益外，其他购买者越多，越想买
  - 分析“越多越想买”因素的作用，需建模使用该商品人数对保留价格的影响
- 设已有比例 $z$ 的人使用该商品，则 $x$ 的实际保留价格是 $r(x)f(z)$ 
  - $r(x)$ 依然是独立的保留价格， $f(z)$ 是从比例 $z$ 的使用者中获得的收益
  - 设 $f(z)$ 是（连续）增函数：人数越多收益越高
- 乘积的意义：保留价格高的人通过用户 $z$ 增长获得得收益更高
- 考虑“冷启动”的设定： $f(0) = 0$ ，并假定  $r(1) = 0$



# 预期与预期的实现

- 设**购买行动之前**，所有消费者有一个**共同的预期有 $z$ 比例**的人会买
- 考虑预期实现/预期准确的情况：大家按照这个预期来买，最终买的人的比例恰好也达到了 $z$
- **自实现期望均衡** (self-fulfilling expectations equilibrium)
  - 大家都期望有 $z$ 的比例的人购买，那么最后该期望就会实现
- 这是一种关于 $z$ 的“均衡”性质，我们需要寻找这种 $z$

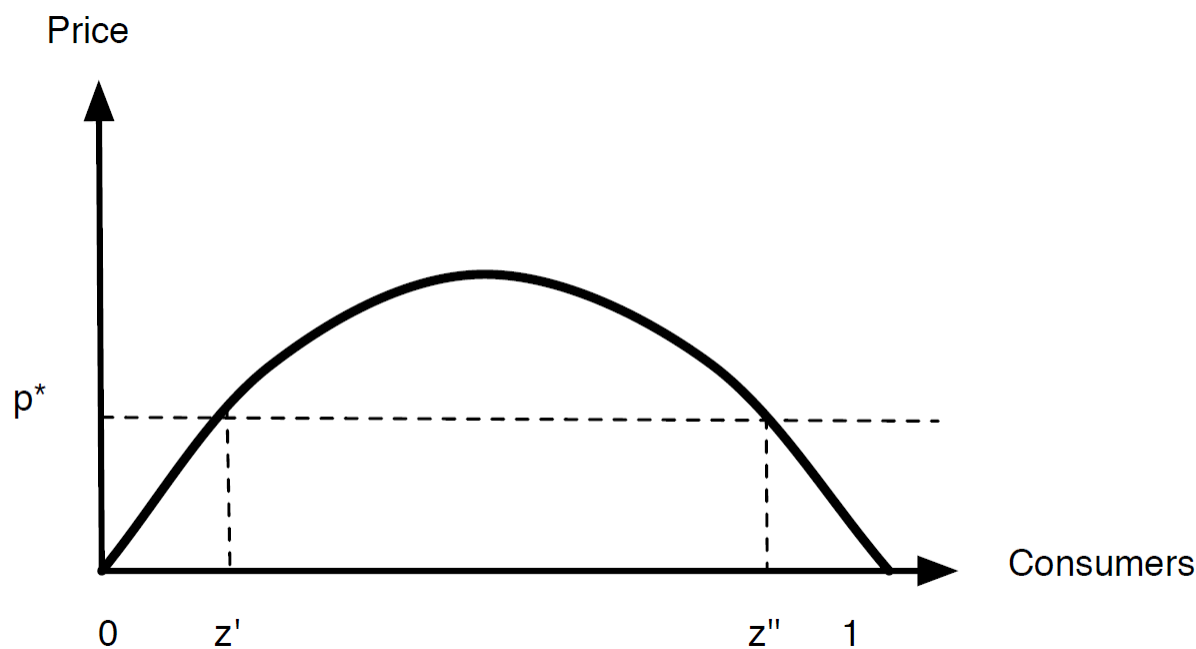
# 自实现期望均衡下的z值

- 设 $p^*$ 为商品的价格，据定义，满足 $r(x)f(z) \geq p^*$ 的 $x$ 会买
- 考虑 $p^* > 0$
- $z = 0$ 是均衡的：对任意 $x$ ， $r(x)f(0) = 0 < p^*$ 因此无人购买
- $0 < z < 1$ 时：如果有 $z$ 比例的人买了，那么必然是 $[0, z]$ 的人，因此满足

$$p^* = r(z)f(z)$$

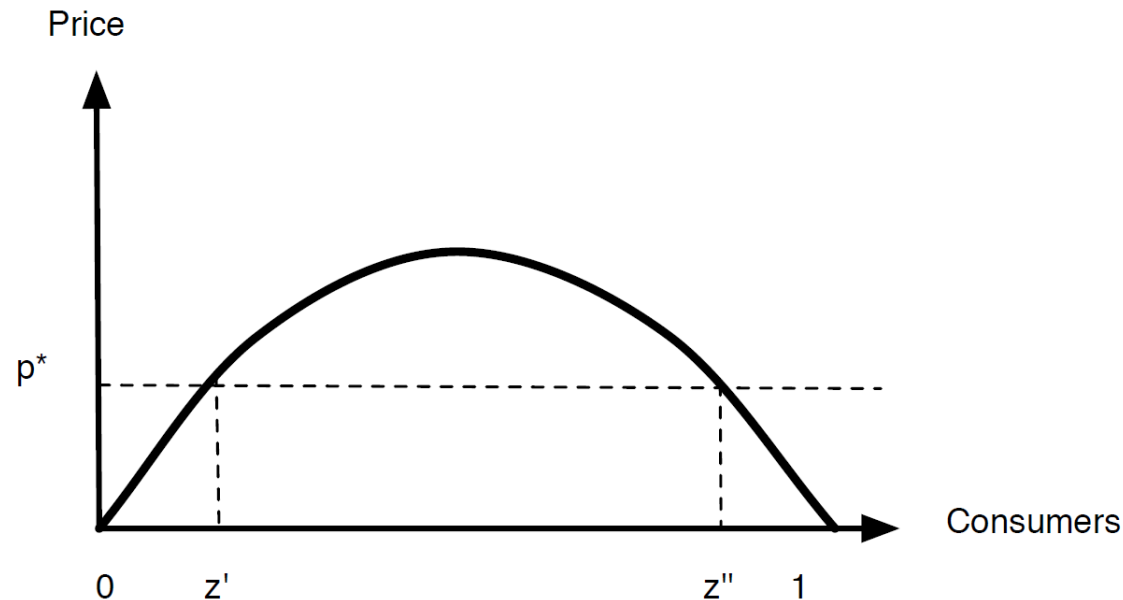
# 具体例子的分析

- 设 $r(x) = 1 - x$ ,  $f(z) = z$ , 那么 $r(z)f(z) = z(1 - z)$
- 若 $p^* > \frac{1}{4}$ 则 $z = 0$ , 无人买
- 对每个 $p^* \in [0, \frac{1}{4}]$ , 存在两个平衡点 $z', z''$ 
  - 同样的价格, 人们“相信”这个商品卖得好( $z''$ ), 就可以实现更好的销量



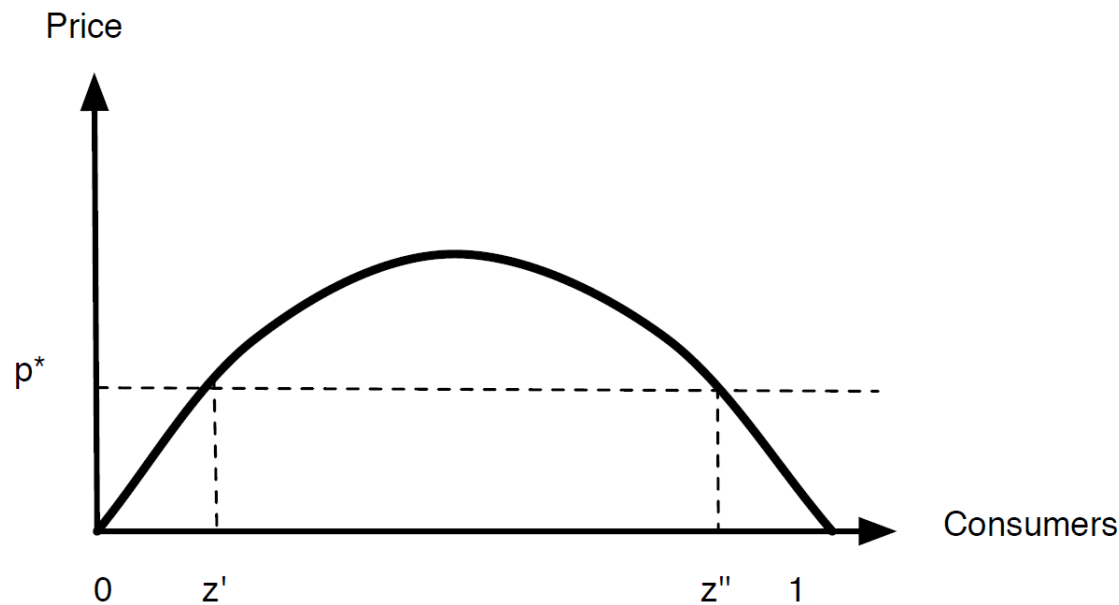
# 非平衡点的行为

- 为什么当 $z$ 不是 $0, z', z''$ 就不能构成平衡?
  - 若 $z \in (0, z')$ , 则 $r(z)f(z) < p^*$ ,  $z$ 对应的消费者保留价格小于 $p^*$ , 不买入, 产生“**下行压力**”, 最终少于 $z$ 比例人购买
  - 若 $z \in (z', z'')$ , 则 $r(z)f(z) > p^*$ , 略大于 $z$ 的消费也会买, 产生“**上行压力**”, 多余 $z$ 比例人购买
  - 若 $z > z''$ , 则 $r(z)f(z) < p^*$ , **下行压力**



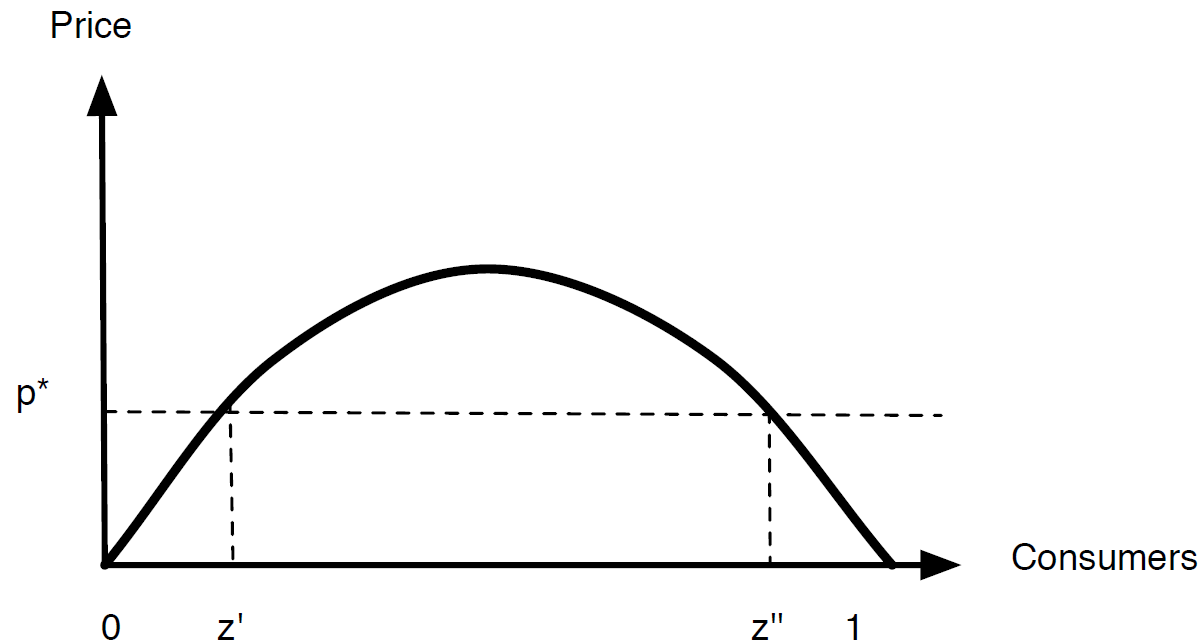
# 稳定性，不稳定性，转折点

- $z''$  具备**稳定性**:
  - 稍微增大 $z$ ，那么会下行；稍微减小 $z$ ，会上行
- $z'$  具备**不稳定性**
  - 略大于 $z'$ ，则上行远离；略小于则下行远离
- $z'$  不仅是非稳定平衡，也同时是“转折点”
  - 如果能突破 $z'$ ，那么会收敛到 $z''$
  - 如果不能突破 $z'$ ，那么会消失到0
  - 因此 $z'$ 是销售商需要突破的关键点



# 对定价 $p^*$ 的影响

- 换位思考：如果是厂商要设定价格 $p^*$
- 降低 $p^*$ 一箭双雕： $z'$ 左移（更容易突破）， $z''$ 右移（平衡销量高）
- 因此下面这种策略变得可行：
  - 早期设置低 $p^*$ 赔本卖，当突破 $z'$ 后销量上升可因用户增长、利润变高盈利



# 如果对 $z$ 的预测不准确呢？

- 依然假设购买行动前，所有人都有一个共同信念认为 $z$ 比例的人会买
  - 但现在考虑 $z$ 可能**不准确**的情况（**未必**会达到**自实现期望均衡**）
- 据定义，对每个 $x$ ， $r(x)f(z) \geq p^*$ 时会买；故购买的人是 $[0, \hat{z}]$ ， $\hat{z}$ 满足
$$r(\hat{z})f(z) = p^*$$

等价于

$$\hat{z} = r^{-1} \left( \frac{p^*}{f(z)} \right)$$

$\hat{z}$ 存在仅当 $\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$

设 $g(z) = r^{-1} \left( \frac{p^*}{f(z)} \right)$ 若 $\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$ ，否则设 $g(z) = 0$

# 具体例子的分析

- 依然考虑  $r(x) = 1 - x$ ,  $f(z) = z$  的例子

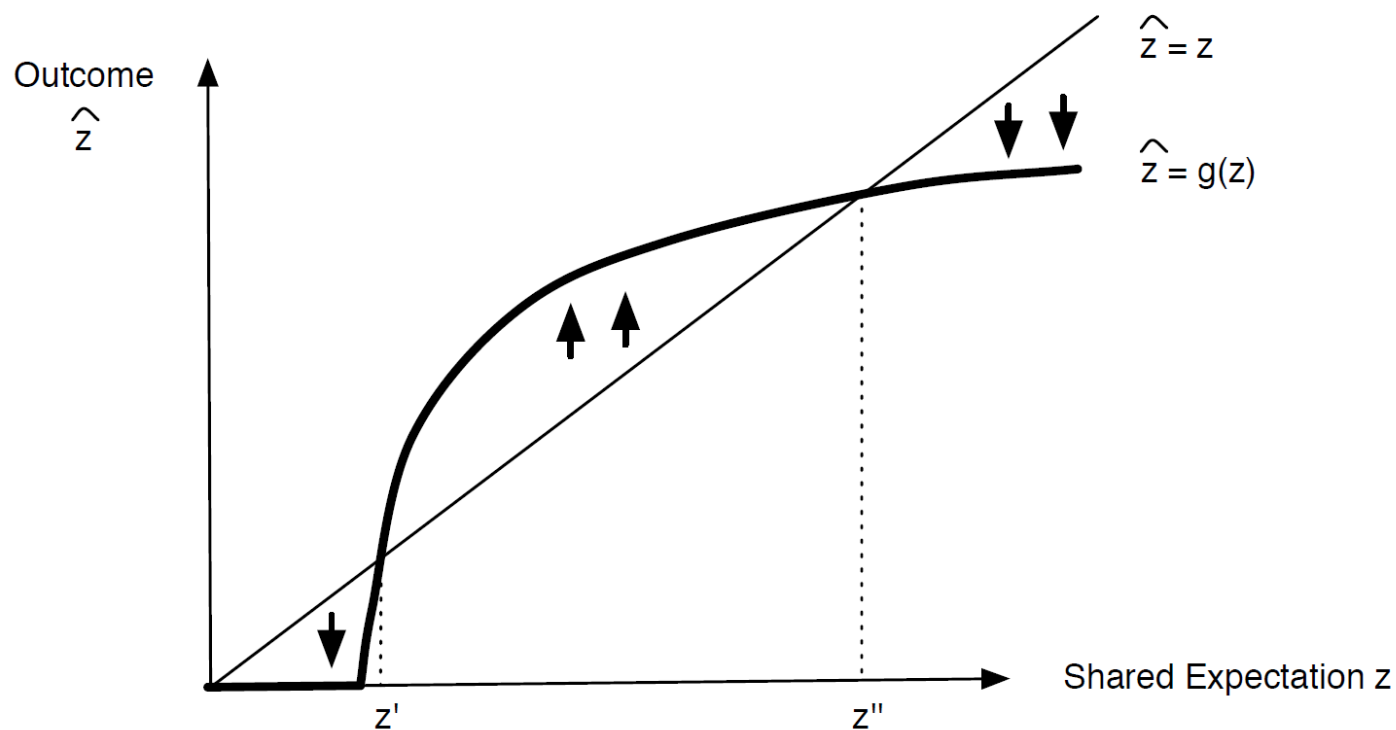
设  $g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)$  若  $\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$ , 否则设  $g(z) = 0$

- 那么  $r^{-1}(x) = 1 - x$ , 并且有  $\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$  等价于  $z \geq p^*$
- $g(z) = 1 - \frac{p^*}{z}$  若  $z \geq p^*$ , 否则  $g(z) = 0$

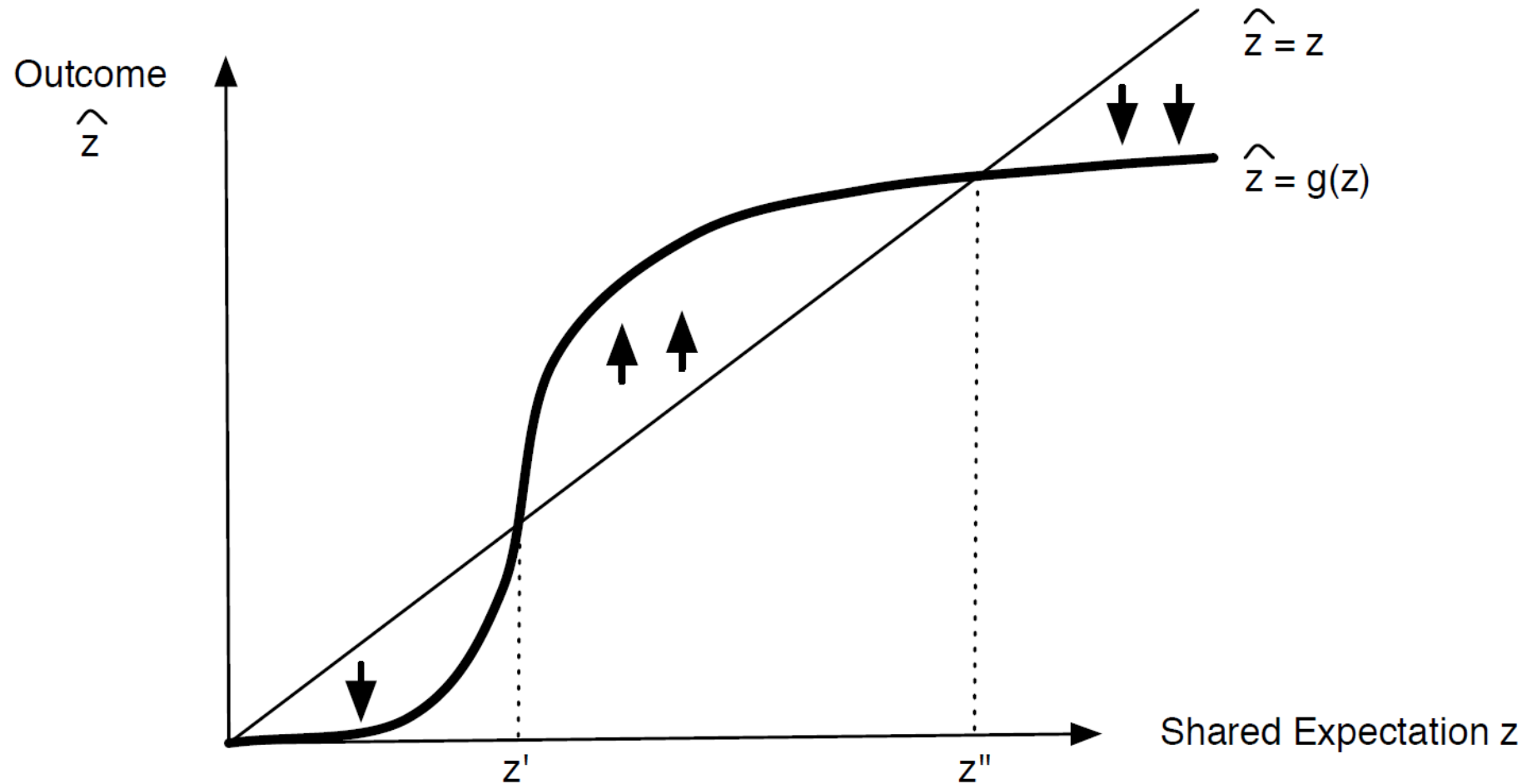


# 稳定点，不稳定点，临界点

- 存在两个自实现期望均衡： $z'$ ,  $z''$
- 当真实 $z$ 在 $\hat{z} = z$ 线下部分，具有下行压力，否则具有上行压力
- 谁是稳定点，不稳定点，临界点？



# 一般的网络效应下的行为



# 分析群体的动态行为

考虑社交网络应用，用网络效应的观点分析用户的动态加入行为

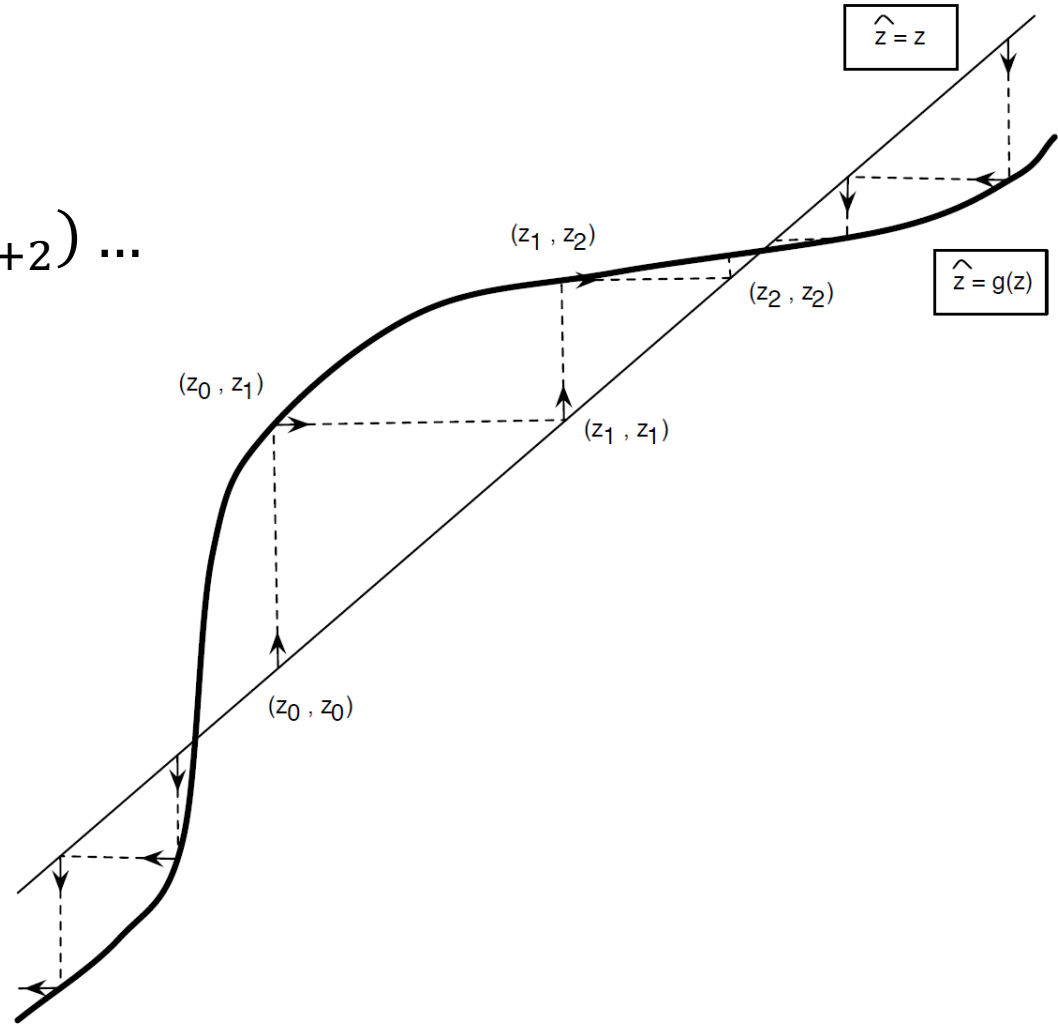
- 每个人 $x$ 有一个固有的针对加入社交网站的兴趣值  $r(x)$
- “价格”  $p^*$  此时代表开始使用该网站的难度/代价（注册/上传etc）
- $z$ 依然代表已经使用网站的人数比例
- $x$ 决定开始使用的条件： $r(x)f(z) \geq p^*$

# 建模离散时间下用户行为的变化

- 考虑离散时间点  $t = 0, 1, \dots$
- 初始有  $z_0$  比例用户使用网站
- 之后每个  $t$  时刻，所有用户共识有  $z_t$  比例的人使用网站来决策是否使用网站
- 先前的  $g$  函数此时恰好可以描述  $z_{t+1} = g(z_t)$

# $g$ 会迭代收敛到自实现期望均衡

- 斜线是 $\hat{z} = z$
- 描述迭代过程
  - $(z_t, z_{t+1}) \rightarrow (z_{t+1}, z_{t+1}) \rightarrow (z_{t+1}, z_{t+2}) \dots$
  - 横向 $\rightarrow$ 纵向 $\rightarrow$ 横向 $\dots$
- 一般地：
  - 斜线上的部分会向右上走
  - 斜线下的部分会向左下走
- 稳定点/非稳定点/临界点?



# 网络效应下的社会收益？

- 回忆：社会成本 = 所购商品保留价格和 - 相应成本
- 如果没有网络效应，我们知道使得 $r(x^*) = p^*$ 的 $x^*$ 是社会最优点
- 如果有网络效应呢？
  - 设 $z^*$ 是自实现期望均衡点，即 $r(z^*)f(z^*) = p^*$
  - 考虑 $x \in [z^*, z^* + \epsilon]$ ；此时 $r(x)f(z^*) < p^*$ 所以 $x$ 不会买
- 但是如果他们买呢？
  - 对 $x < z^*$ 的 $x$ 们来说，保留价格会从 $r(x)f(z^*)$ 提升到 $r(x)f(z^* + \epsilon)$
  - 只要 $\epsilon$ 足够小，就能把 $[z^*, z^* + \epsilon]$ 上潜在的社会收益下降抵消掉
- 因此 $z^*$ 不是社会最优的

# 个体效应与群体效应的混合作用

- 之前我们假定 $f(0) = 0$ ；现在假定 $f(0) > 0$ 且 $f$ 依然是递增函数
  - 个体效应强调个体对于商品的估价对于整体保留价格的影响： $f(0) > 0$
  - 群体效应对应当购买/使用商品的人多起来，那么 $f$ 也增大
- 考虑具体的例子
  - $f(z) = 1 + az^2$ ， $r(x) = 1 - x$ ，这里 $a$ 是某个非零常数
  - 那么 $r(x)f(z) = (1 - x)(1 + az^2)$
- 设价格 $p^* \in (0, 1)$ ，当期望 $z$ 比例人会买时，实际购买比例为 $\hat{z} = g(z)$

$$\text{设 } g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right) \text{ 若 } \frac{p^*}{f(z)} \leq r(0), \text{ 否则设 } g(z) = 0$$

# 具体例子的分析

- $f(z) = 1 + az^2$ ,  $r(x) = 1 - x$

设  $g(z) = r^{-1}\left(\frac{p^*}{f(z)}\right)$  若  $\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$ , 否则设  $g(z) = 0$

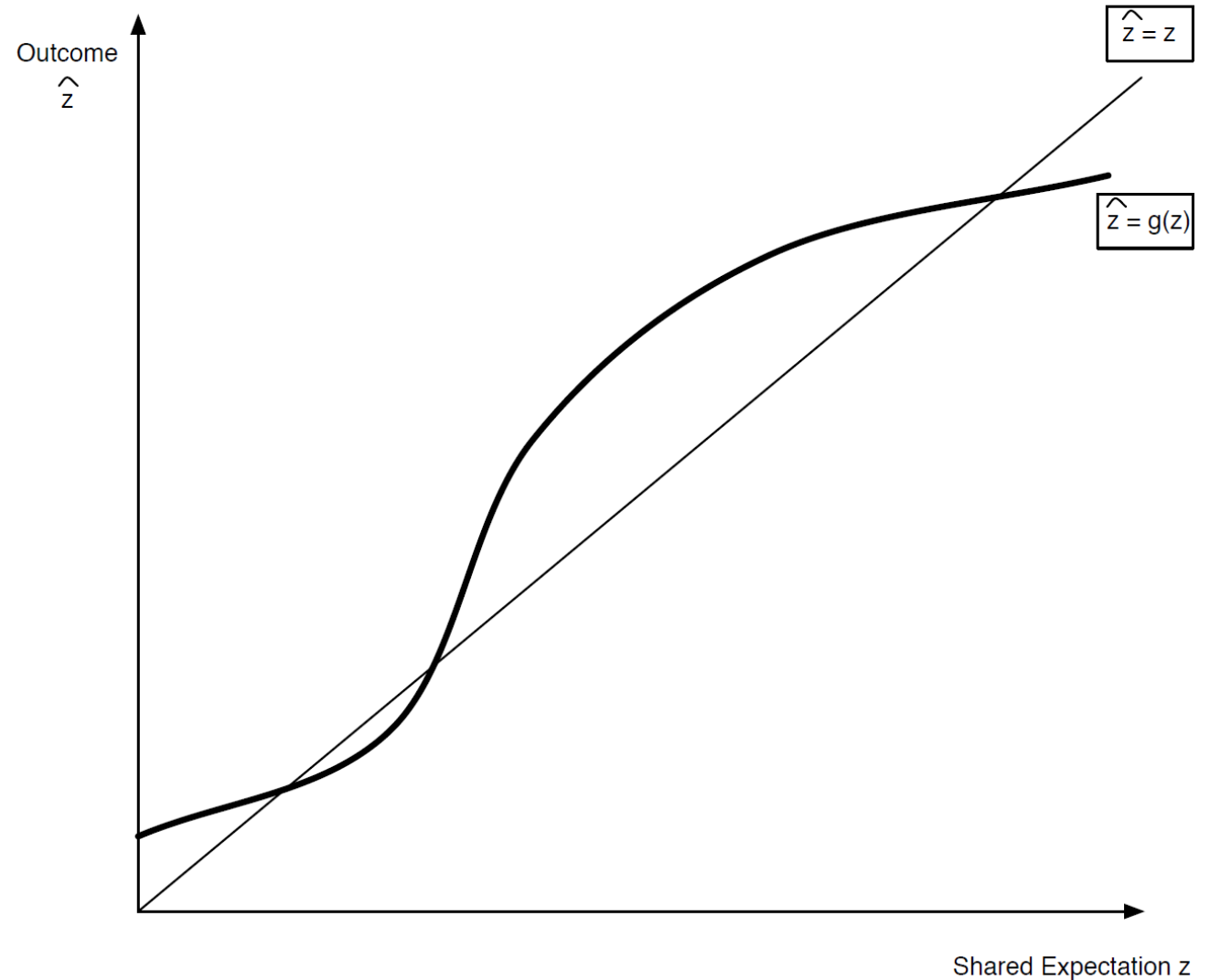
- $r^{-1}(x) = 1 - x$ , 条件  $\frac{p^*}{f(z)} \leq r(0)$  恒成立, 因此

$$g(z) = 1 - \frac{p^*}{1 + az^2}$$



# $f(0) > 0$ 导致的平衡点变化

- $g(z) = 1 - \frac{p^*}{1+az^2}$
- $g(z)$  不经过原点
- 因此  $z = 0$  不是平衡点

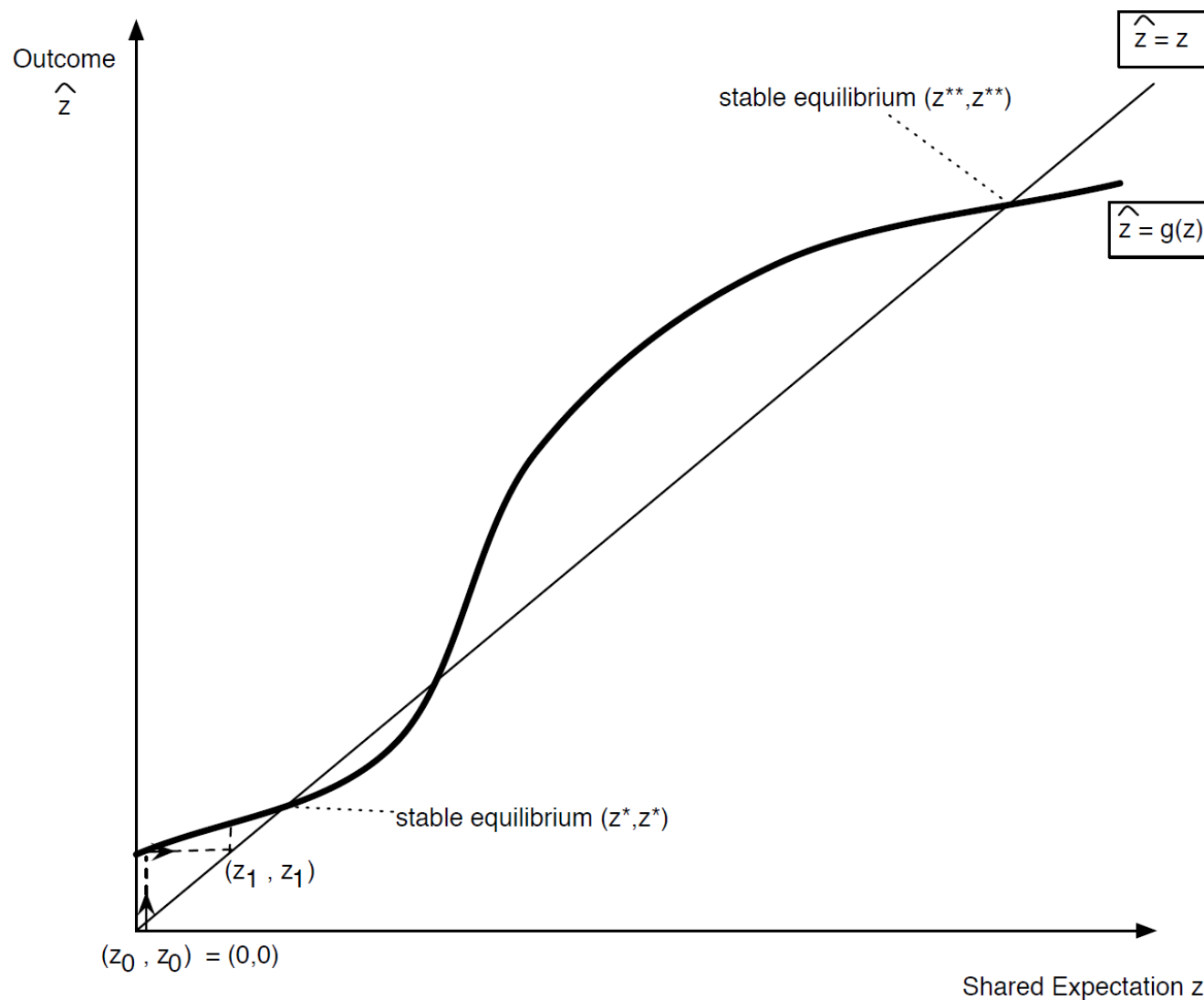


# 平衡点的稳定性

从0开始时收敛到 $z^*$   
 $z^*$ 是一个稳定点  
不再需要借助初始外力

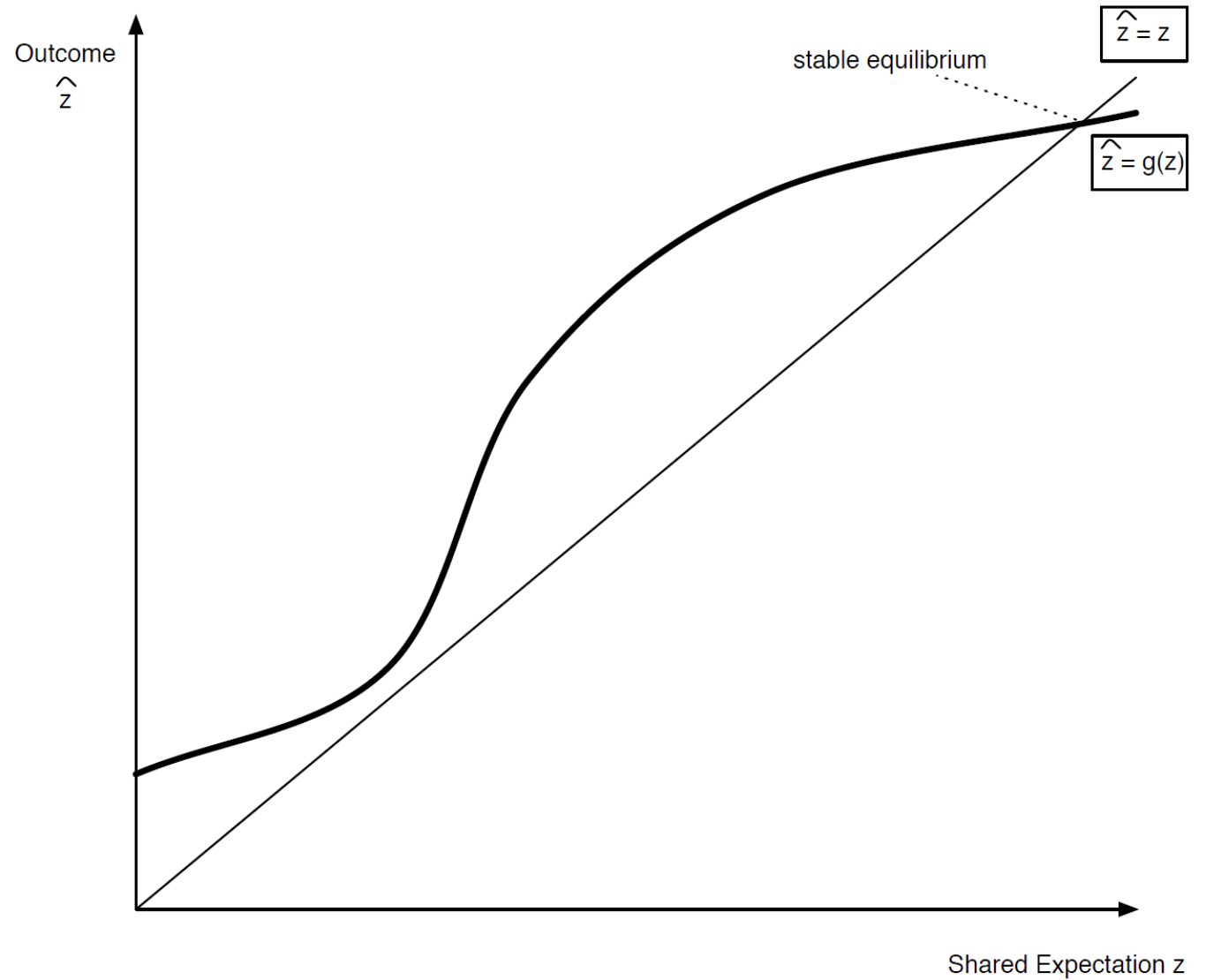
有一个更高的均衡点  
但是需要先跨过 $z^*$

除非有从 $z^*$ 逃逸的能力  
否则难以达到



# 价格微扰

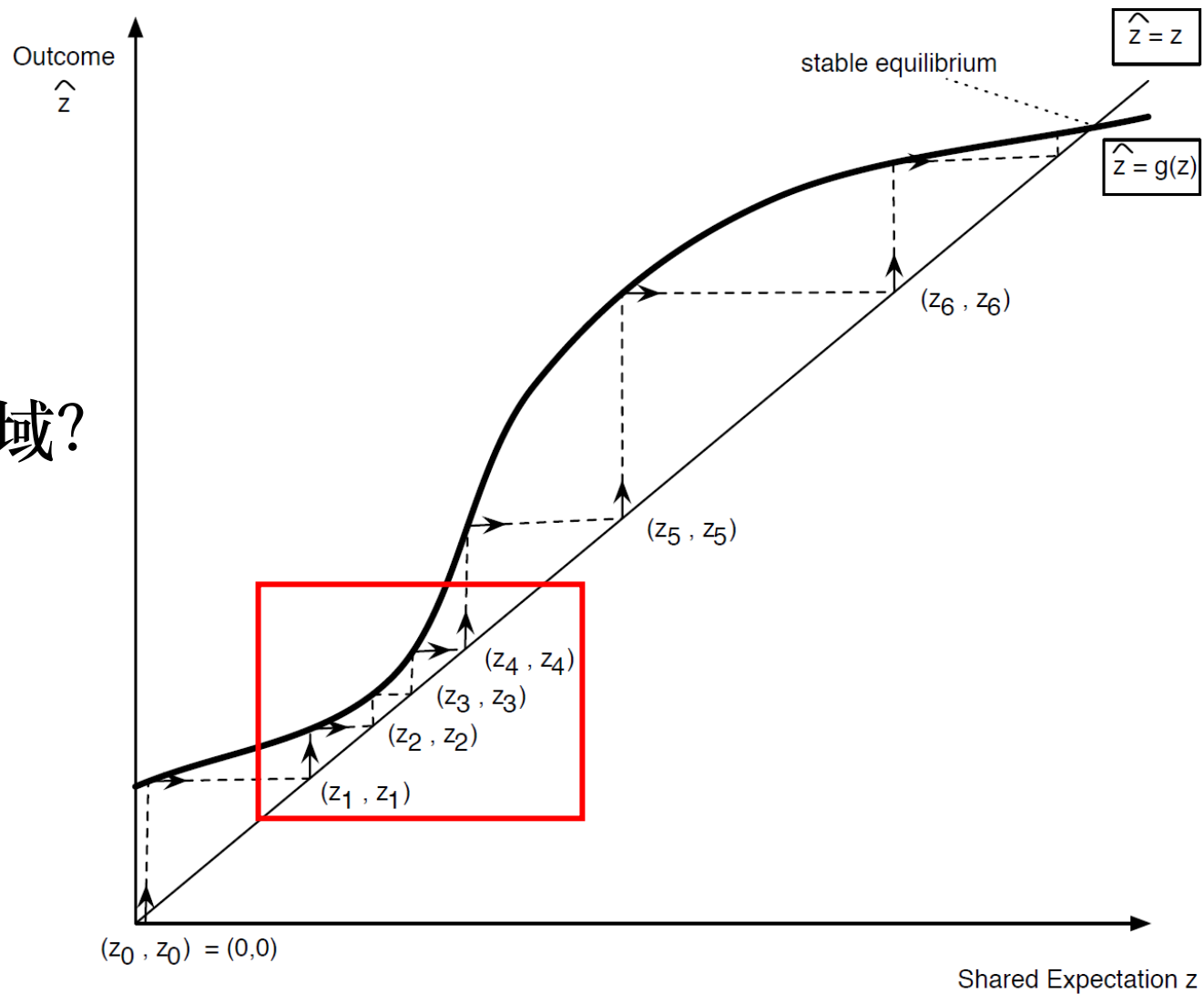
- 如果把价格 $p^*$ 降为 $q^* < p^*$
- $h(z) = 1 - \frac{q^*}{1+az^2}$
- 此时低平衡点不复存在



用户量从0急剧收敛到高平衡点

微小的价格扰动导致结果剧变

如何理解此处细小的“走廊”区域？



# 消极外部效应？

- El Farol酒吧问题 (Arthur 1990)
  - El Farol在美国新墨西哥州圣菲
  - 每周四晚上有音乐表演
  - 只有60个座位：不超过60人那么大家体验都很好
  - 超过60人就会拥堵，体验变差，大家情愿待在家里
  - 此时有100人想去酒吧，并且他们也知道少于60人才值得去
- 个人去酒吧的行为产生消极外部效应
  - 会产生潜在消极影响
  - 没有酬劳/补偿机制

# 存在平衡的共同预期吗？

- 如果所有人预期去酒吧人数不多于60，那么就on应该都去，否定了预期
- 如果预期去酒吧人数多余60，那么就on应该都不去，也否定了预期
- 产生了期望的“自我否定”
  
- 相反，考虑另一个类比/相反的积极外部效应的例子：
  - 有一个社交网络应用，用户数小于60没有意义，大于60时用户会积极使用
  - 均衡： $z = 0 < 60$ ，大家也确实都不会用
  - 均衡： $z = 100 > 60$ ，大家也确实都会去用